



# WORKSHOP DA COORD. DE CÂMARAS ESPECIALIZADAS DE ENGENHARIA INDUSTRIAL - CCEEI

*Formação de Engenheiros para o  
Desenvolvimento Científico e Tecnológico de  
Aerogeradores a partir da Tecnologia Aeronáutica*

Eng. Mec. Airton Nabarrete  
*Pesquisador e Professor*  
*Instituto Tecnológico de Aeronáutica - ITA*



# WORKSHOP DA COORD. DE CÂMARAS ESPECIALIZADAS DE ENGENHARIA INDUSTRIAL - CCEEI

## Programa:

1. Problemas da dinâmica de estruturas
2. Modelos analíticos e matemáticos
3. O que são vibrações mecânicas
4. Origem da vibração
5. Localização da vibração
6. Absorvedores de vibração



# Problemas em dinâmica de estruturas

Ensaio  
em túnel  
de vento



# Problemas em dinâmica de estruturas

Ensaio  
em solo

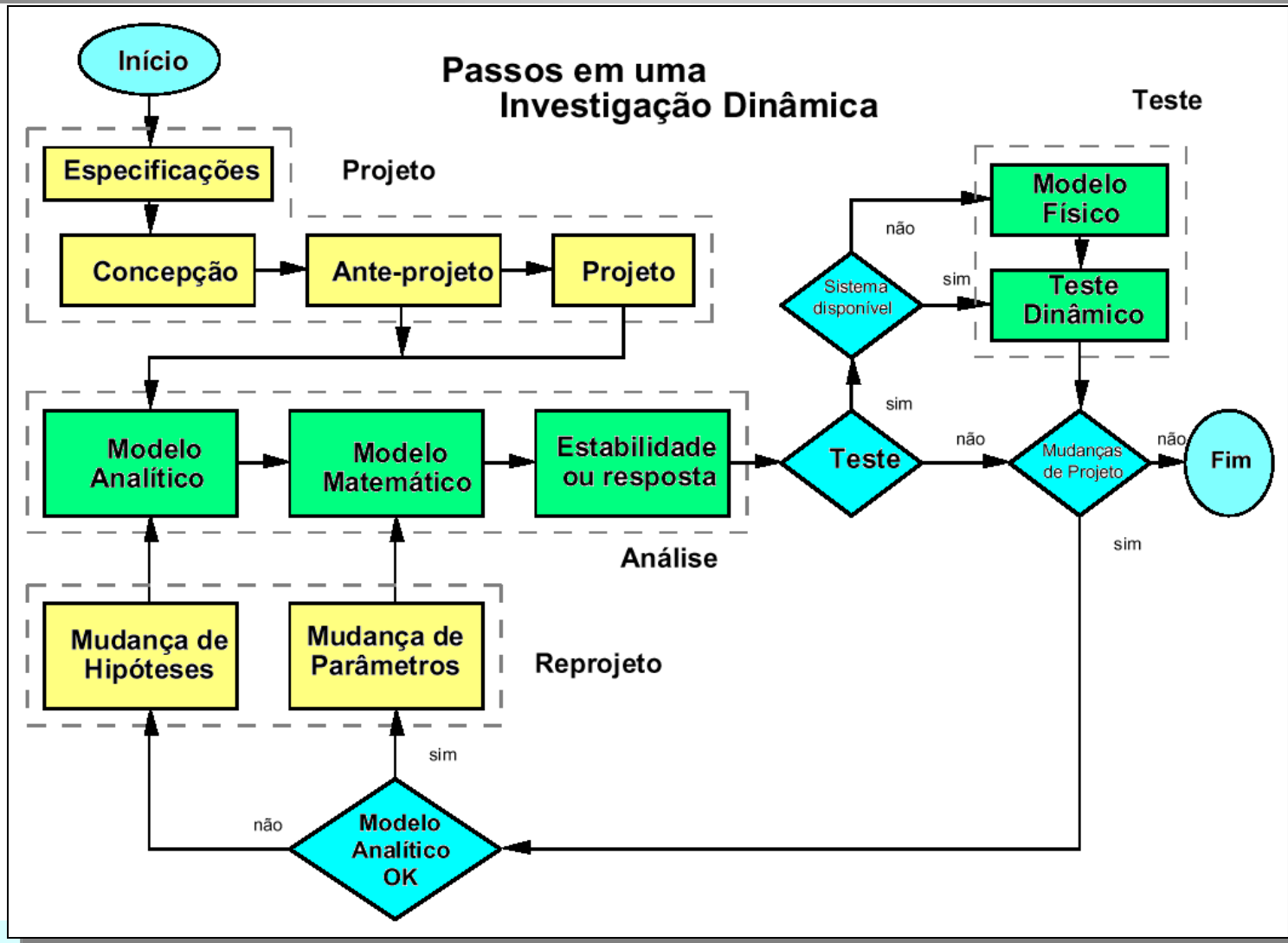


# Problemas em dinâmica de estruturas

Ensaio em vôo



# Projeto de estruturas e análise dinâmica



---

# MODELAGEM ANALÍTICA



# Modelagem analítica e matemática

- **Modelagem Analítica** – Metodologias que permitem a opção por representação *contínua* ou *discreta*
- **Modelagem Matemática** - Diversas técnicas que orientam como deduzir as equações de movimento

$$[M]\{\ddot{x}\} + [C]\{\dot{x}\} + [K]\{x\} = \{F(\{\ddot{x}\}, \{\dot{x}\}, \{x\}, t)\}$$





# Modelagem Analítica

---

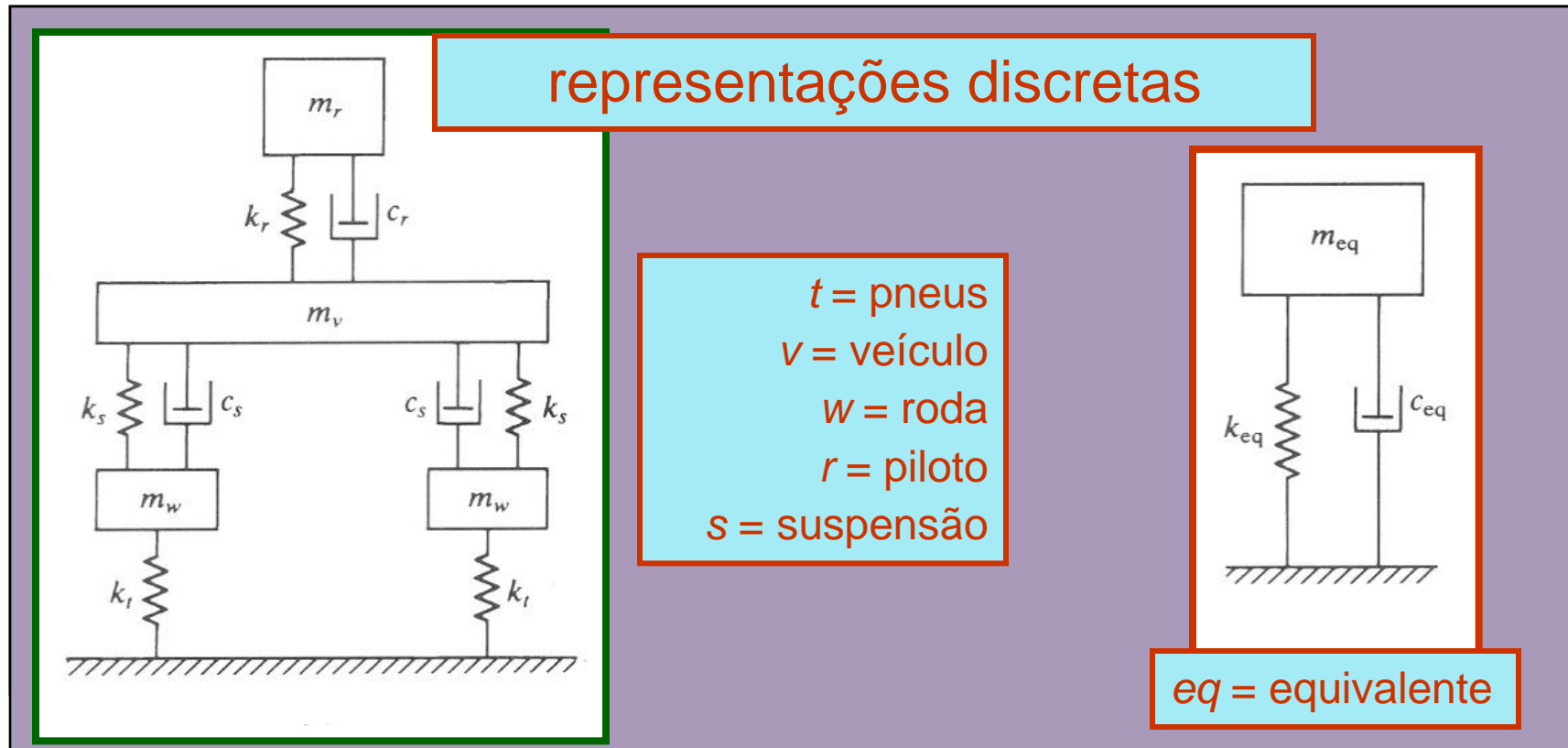
Está representada quando:

- Fazemos o desenho de uma estrutura no papel,
- Adotamos hipóteses simplificadoras como:
  - estrutura unidimensional ou bidimensional,
  - propriedades de inércia, rigidez, amortecimento, etc.,
  - carregamento equivalente aplicado à estrutura.



# Modelagem de Estruturas Dinâmicas

- **Modelagem Analítica** – Metodologias com opção por representação *contínua* ou *discreta*



# Modelagem de Estruturas Dinâmicas

## Fenômenos energéticos

### Características energética em componentes estruturais

- |                          |                               |
|--------------------------|-------------------------------|
| <i>Meios elásticos</i>   | - Armazenam energia potencial |
| <i>Massas e inércias</i> | - Armazenam energia cinética  |
| <i>Atritos</i>           | - Dissipam energia            |

energia de vibração :

energia potencial ↔ energia cinética

pode diminuir :



**atritos**

pode aumentar :



**esforços atuantes**

# O QUE SÃO VIBRAÇÕES MECÂNICAS ?

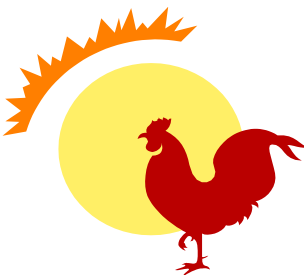


# O que são Vibrações Mecânicas

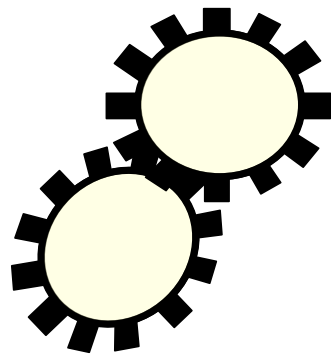


Ruídos de Máquinas

Pássaros

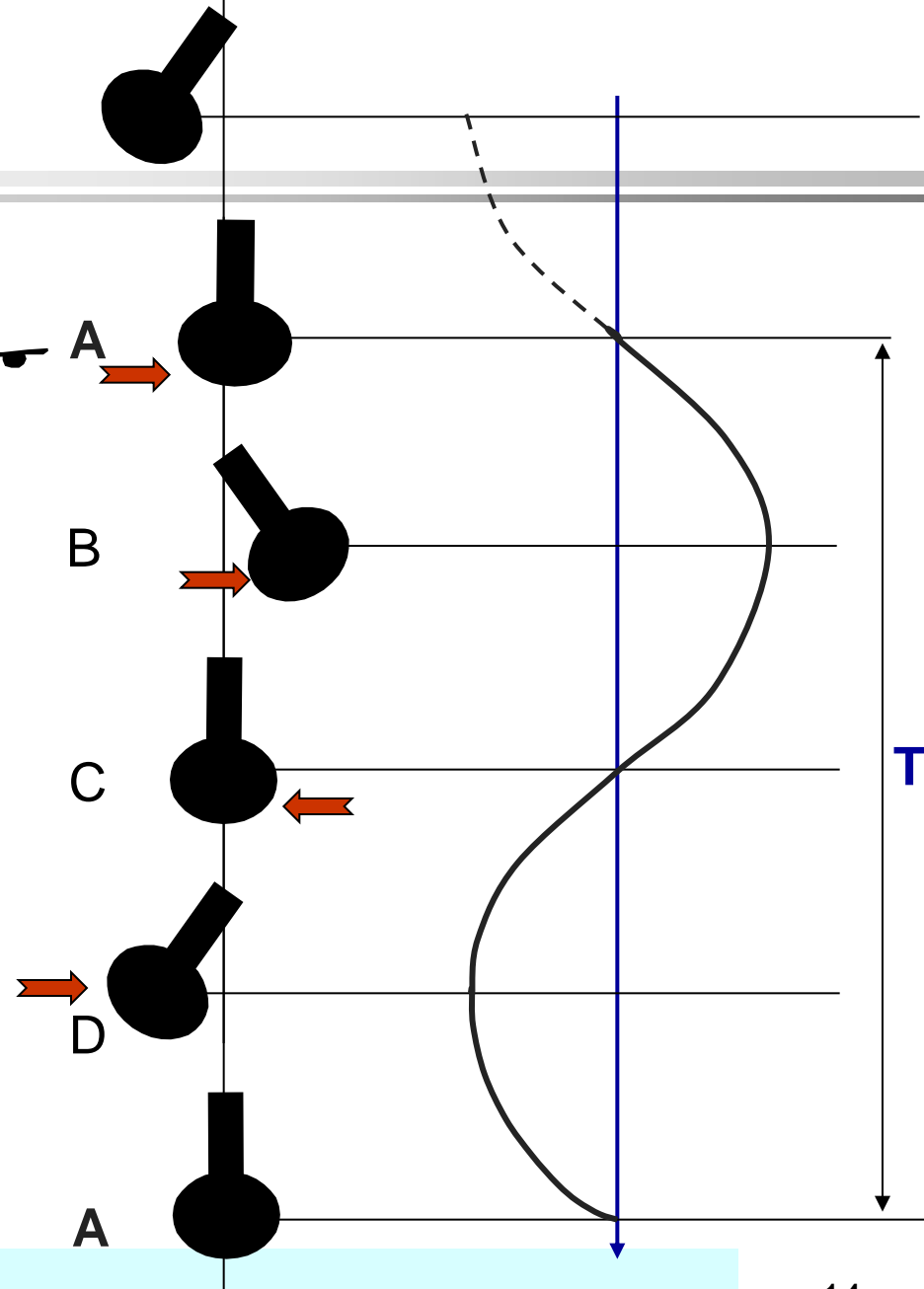
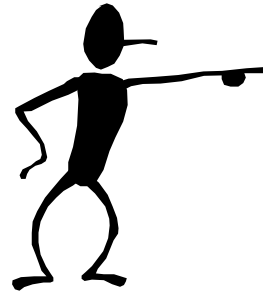
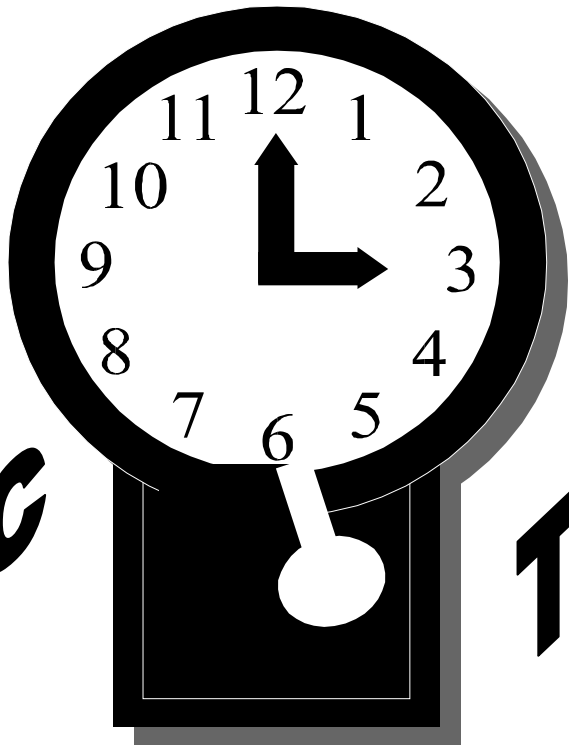


Música



# Vibrações Mecânicas

*Movimento periódico*



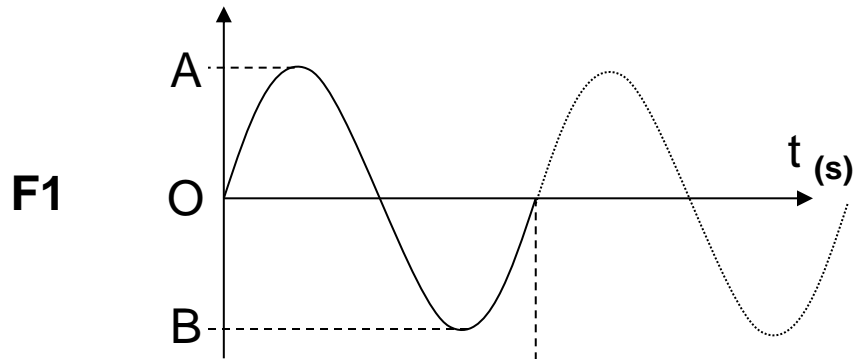
**Tempo de ciclo "T" = Período**



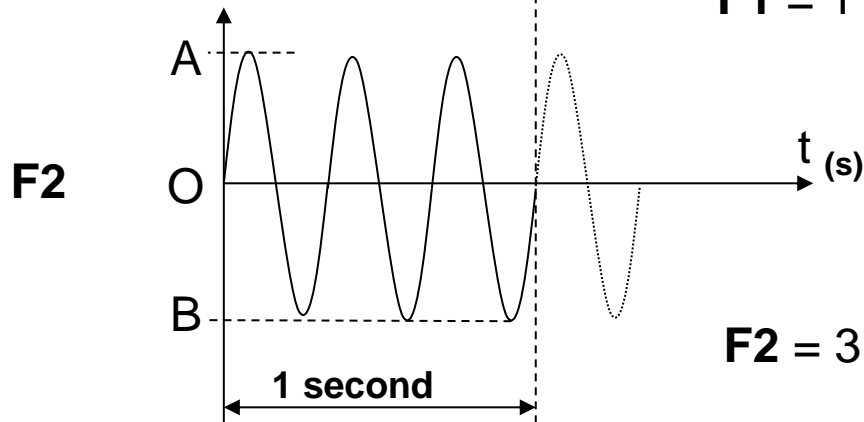
# Características da Vibração

**Frequência (F)** = Número de ciclos por segundo (*Hertz*)

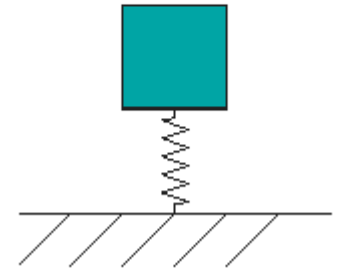
Exemplo :



**F1** = 1 período em 1 segundo = 1 *Hertz*

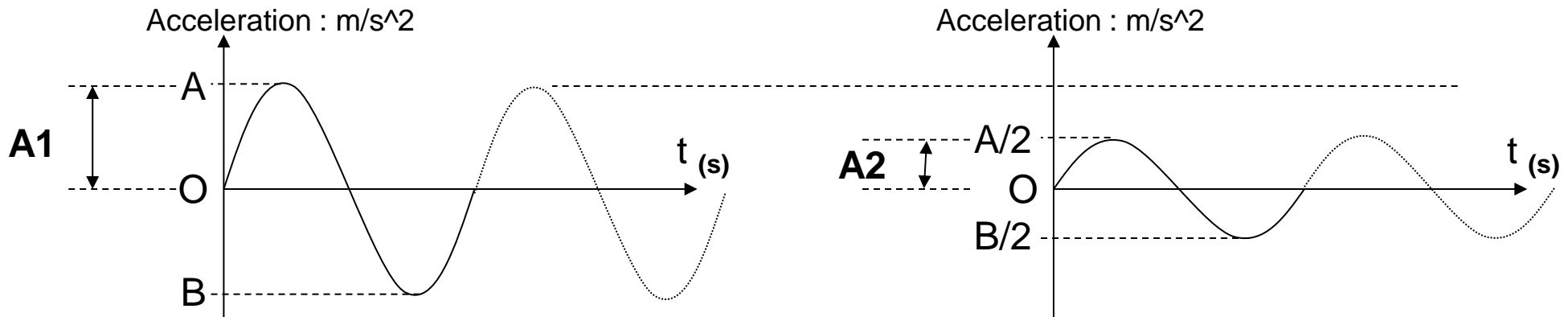


**F2** = 3 períodos em 1 segundo = 3 *Hertz*

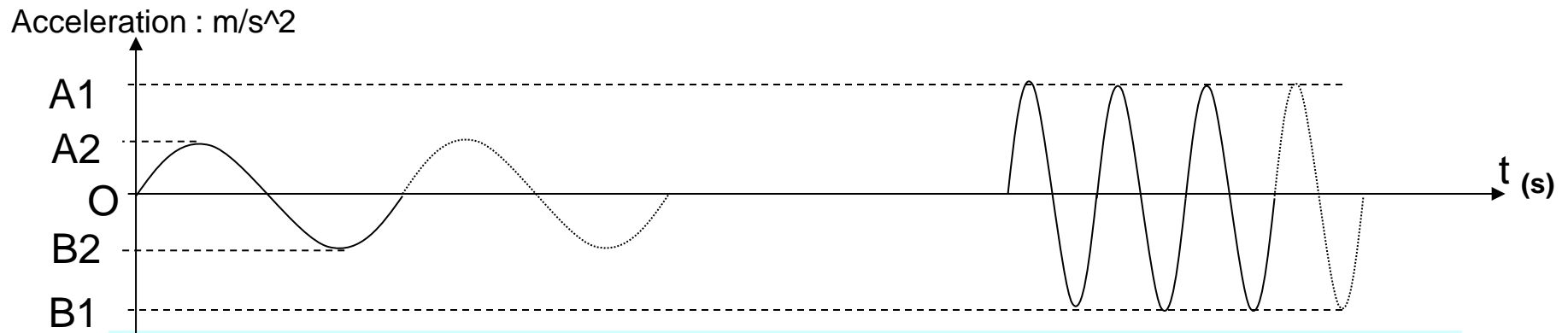


# Características da Vibração

**Amplitude** (aceleração) = Máximo valor atingido (pode ser variável).



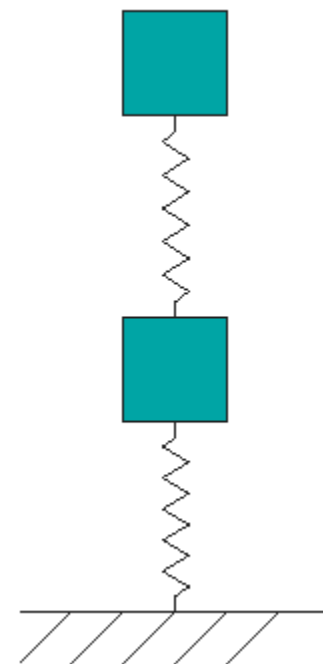
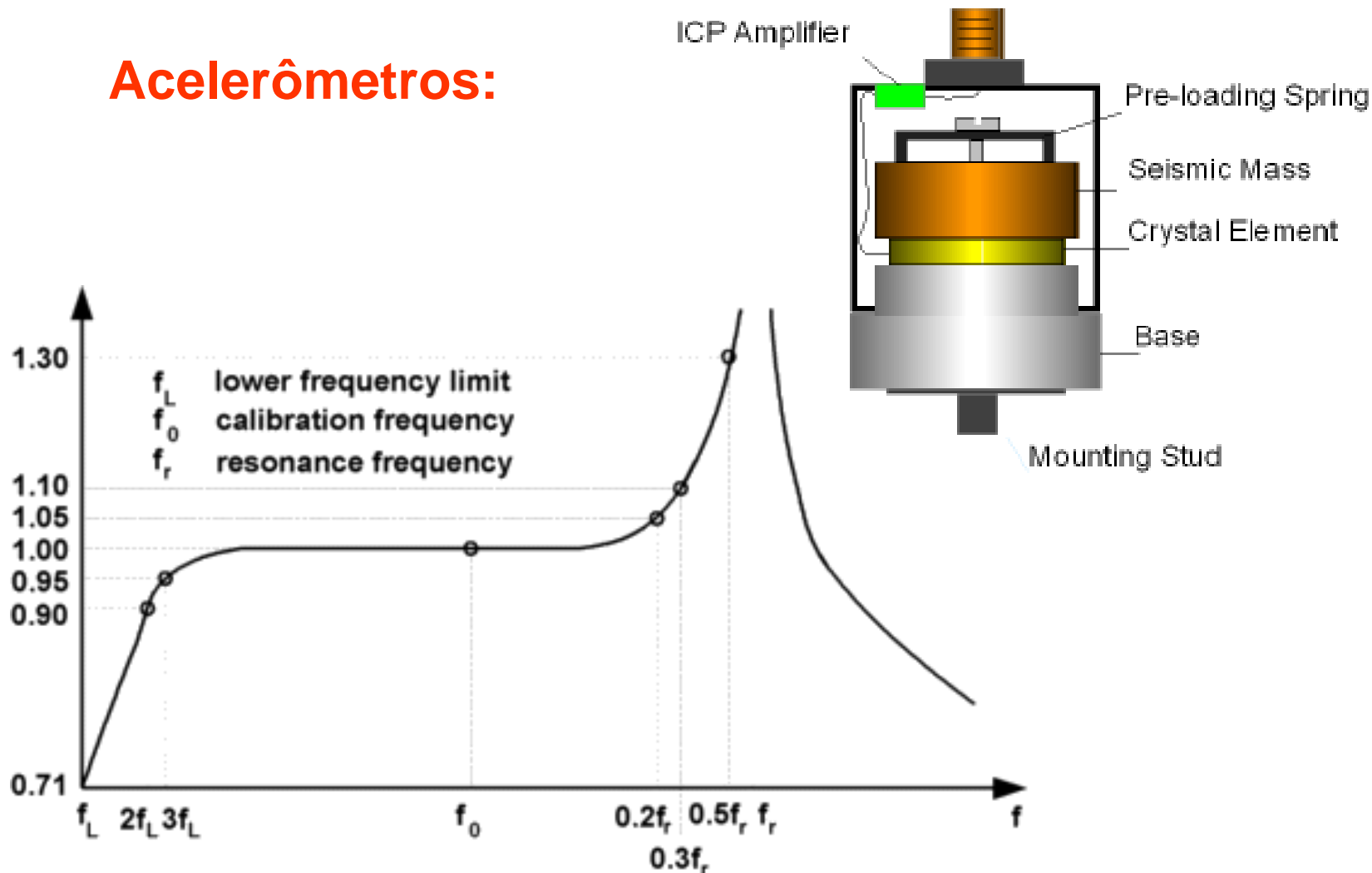
**Comparações entre vibrações com amplitudes e frequências diferentes :**





# Medição da Vibração Mecânica

## Acelerômetros:



---

# MODELAGEM MATEMÁTICA



# Análise de Estruturas Dinâmicas

- **Modelagem Matemática** – Diversas técnicas que orientam como deduzir as equações de movimento

$$[M] \{\ddot{x}\} + [C] \{\dot{x}\} + [K] \{x\} = \{ F(\{\ddot{x}\}, \{\dot{x}\}, \{x\}, t) \}$$

- ✓ 2ª lei de Newton .
- ✓ princípio de D'Alembert .
- ✓ princípio dos deslocamentos virtuais .
- ✓ princípio da conservação da energia .
- ✓ equações de Lagrange .
- ✓ princípio de Hamilton .

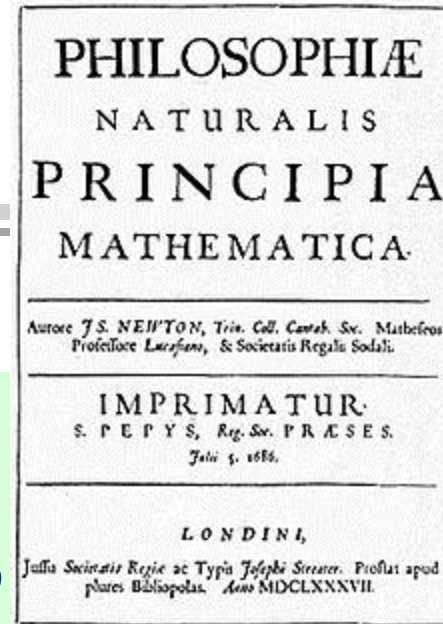


# Mecânica Newtoniana

## 2ª Lei de Newton

( 1687 em *Principia* )

“ Vista de um referencial inercial, a resultante das forças aplicadas ao centro de massa de um sistema é igual à variação temporal da quantidade de movimento linear do mesmo”.



**linear :**

$$\vec{F} = \frac{d}{dt}(\vec{p}) = \frac{d}{dt}(m\vec{v})$$

**sendo a massa constante,**

$$\vec{F} = m\vec{a}$$

**rotativo :**

$$\vec{M} = \frac{d}{dt}(\vec{h}) = \frac{d}{dt}(I\vec{\omega})$$

$$\vec{M} = I\vec{\alpha}$$

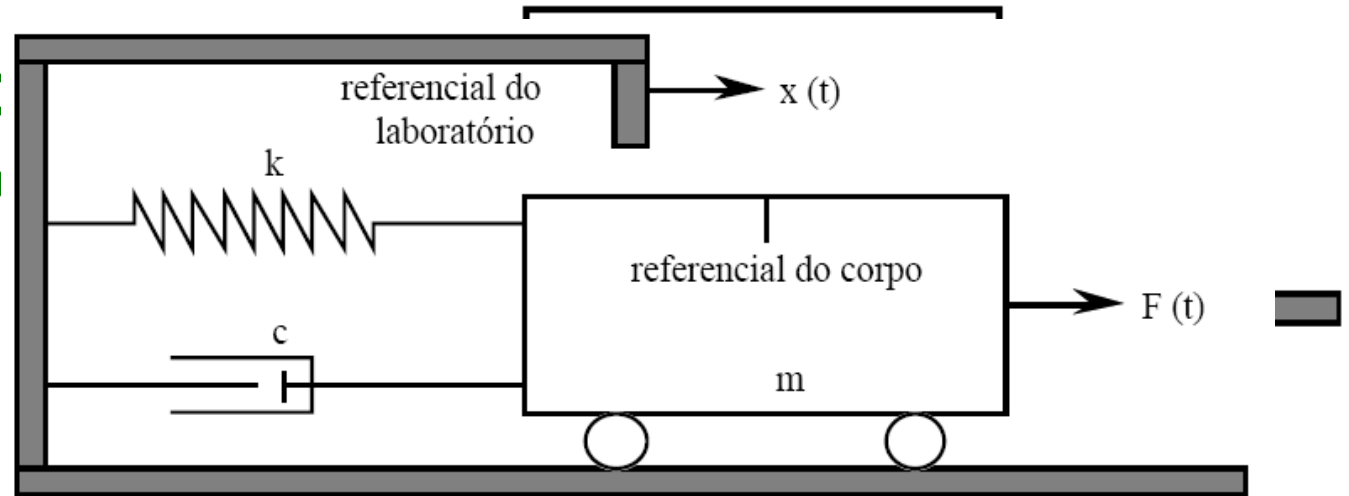


# Mecânica Newtoniana

## 2ª Lei de Newton

considerando  
oscilador pro

equilíbrio :



equação final :

$$m\ddot{x} + c\dot{x} + kx = F(t)$$

# Mecânica Lagrangeana

## Princípio da conservação da energia:

“A variação temporal da energia mecânica de um sistema é igual à potência instantânea absorvida ou dissipada pelo sistema”.

$$\frac{d\varepsilon}{dt} = \frac{d}{dt}(T + V) = P$$

$P$  incorpora as forças dissipadas e forças externas aplicadas ao sistema.

$$P = (F(t) - c \dot{x}(t)) \dot{x}(t)$$

no caso do sistema protótipo:

$$T = \frac{1}{2} m \dot{x}^2(t)$$

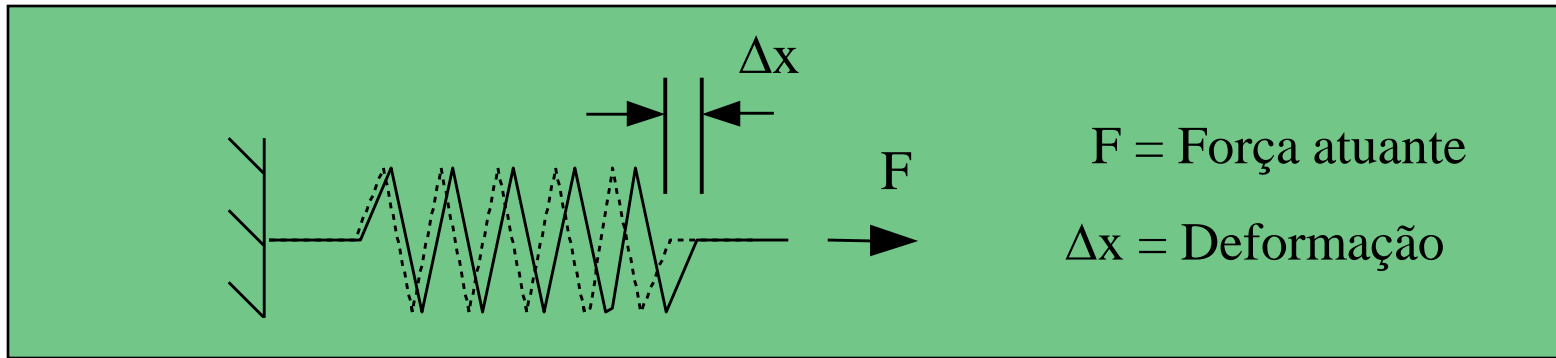
$$V = \frac{1}{2} k x^2(t)$$

$$\rightarrow [F(t) - m\ddot{x}(t) - c\dot{x}(t) - kx(t)] \dot{x}(t) = 0$$

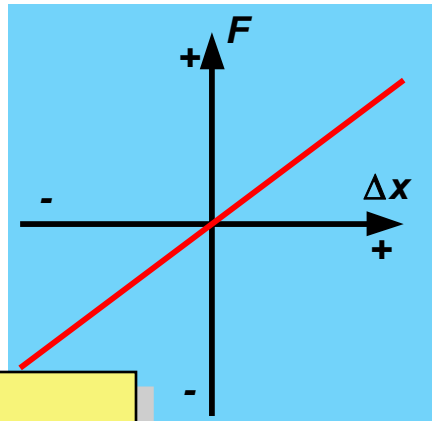


# Sistema Linear x Não Linear

➔ Elemento elástico discreto: **Mola comercial**

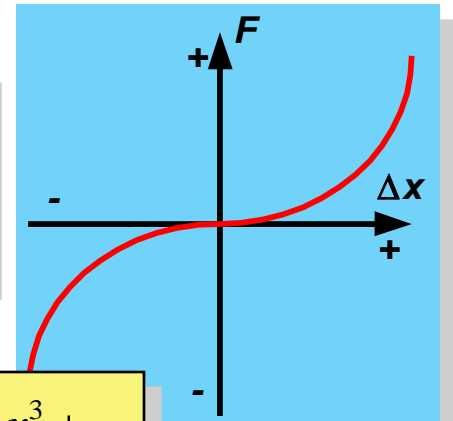


Mola de comportamento linear:



$$F = k x$$

Mola de comportamento não linear:



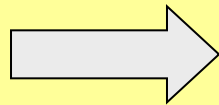
$$F = k_1 x + k_2 x^2 + k_3 x^3 + \dots$$

# Métodos de Solução do Modelo

$$m \ddot{x}(t) + c \dot{x}(t) + k x(t) = F(t)$$

$$m \ddot{x}(t) + \left\{ c_1 \dot{x}(t) + c_2 \dot{x}^2(t) + \dots \right\} + \left\{ k_1 x(t) + k_2 x^2(t) + \dots \right\} = F(t)$$

• sistemas  
não lineares



- métodos numéricos
- métodos de perturbação

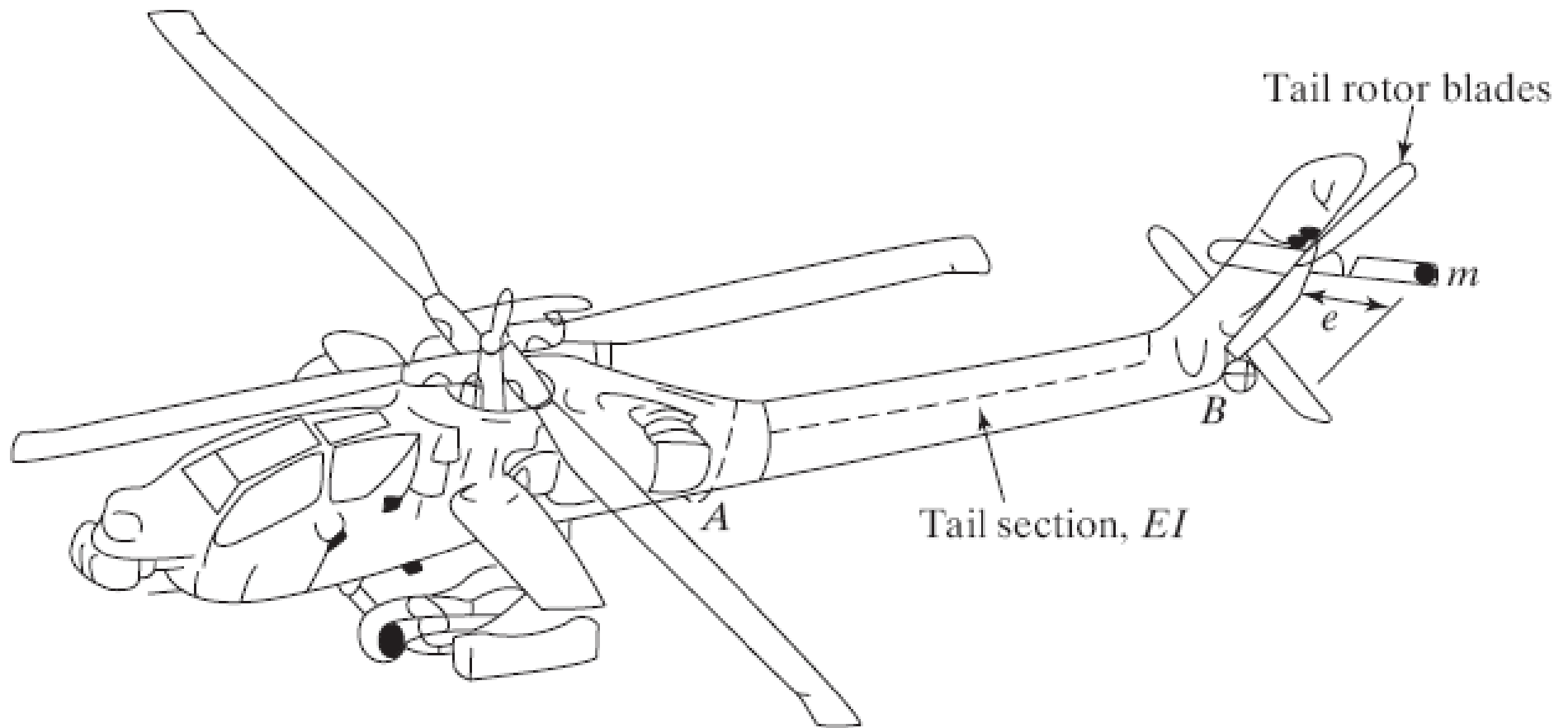


---

# AVALIAÇÃO DO APRENDIZADO



# Exercício proposto



---

**APROVADO!**

**Vamos para as aplicações!**



# Origem da Vibração

Helicóptero é um sistema sofisticado que inclui uma grande quantidade de sistemas simples.

Cada sistema simples gera uma frequência de vibração específica e em amplitude específica.



Algumas respostas gráficas permitem identificar as fontes de vibração, sem valores de amplitude, como :

**Por exemplo,**

( em helicópteros Esquilo )

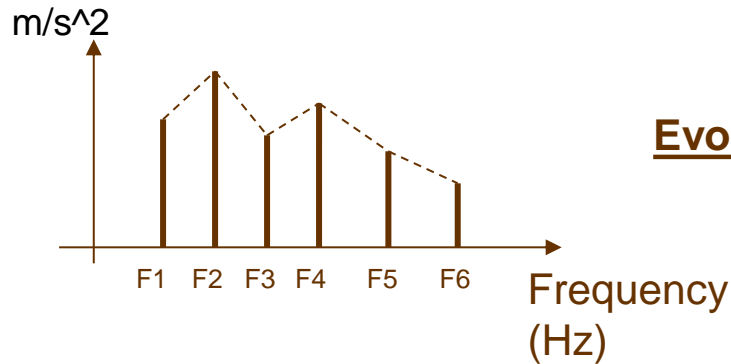
Frequency	Origin
6.56 Hz	Main rotor (393.82 rpm)
34.79 Hz	Tail rotor (2088.19 rpm)
102.10 Hz	Tail transmission (6125.38 rpm)
1531.40 Hz	TGB gears

# Origem da Vibração

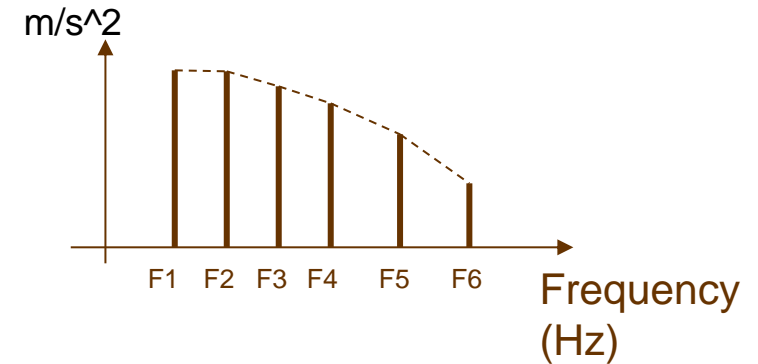
Helicóptero é um sistema sofisticado que inclui uma grande quantidade de sistemas simples.

Cada sistema simples gera uma frequência de vibração específica e em amplitude específica.

Para melhorar a manutenção, analisa-se a frequência de vibração / evolução da amplitude (ou na aparição de novas vibrações) o sistema precisa ser inspecionado (análise do grafico).



Evolução →



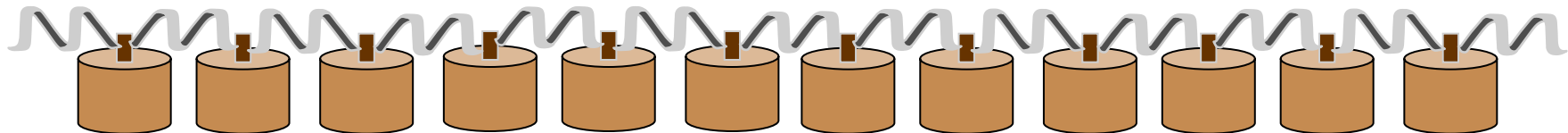
# Localização da Vibração



Fuselagem do Helicóptero é comparável com uma viga :



Viga é como uma combinação de massas ligadas por molas :



As **MASSAS** se movimentam por **EXTENSÃO** e por **FLEXÃO**, ou ainda como **TORÇÃO**.

**MOLAS** apresentam rigidez, se opondo à **EXTENSÃO**, **FLEXÃO** ou **TORÇÃO**.

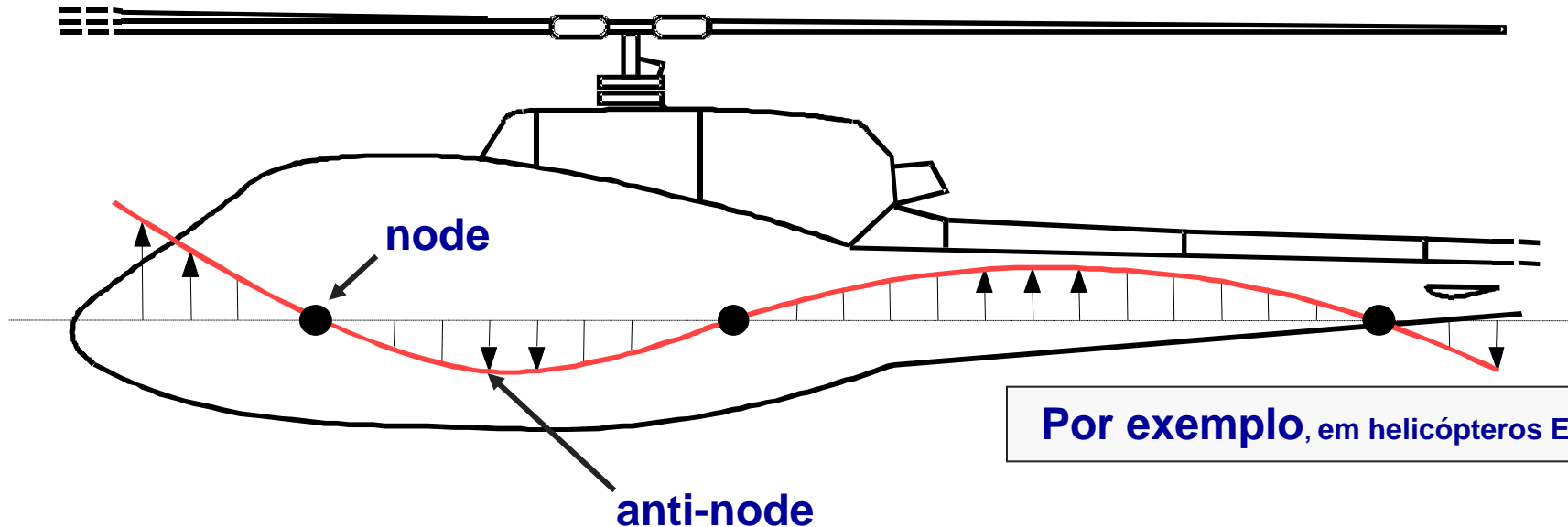
A fuselagem do Helicóptero tem que ser projetada com modos de vibração específicos **QUE NÃO SEJAM EXCITADOS** pelas frequências das rotações.

# Absorvedores de Vibração

Em helicópteros as vibrações principais são geradas pelos rotores. Entretanto, os rotores giram com rotação  $Nr$ .

As vibrações provocadas pelos rotores excitam vários sistemas e elementos que reagem em função das suas frequências naturais.

Conhecendo-se estes parâmetros, pode-se localizar os nós de vibração (nodes) e também os pontos de amplitude máxima (anti-node).



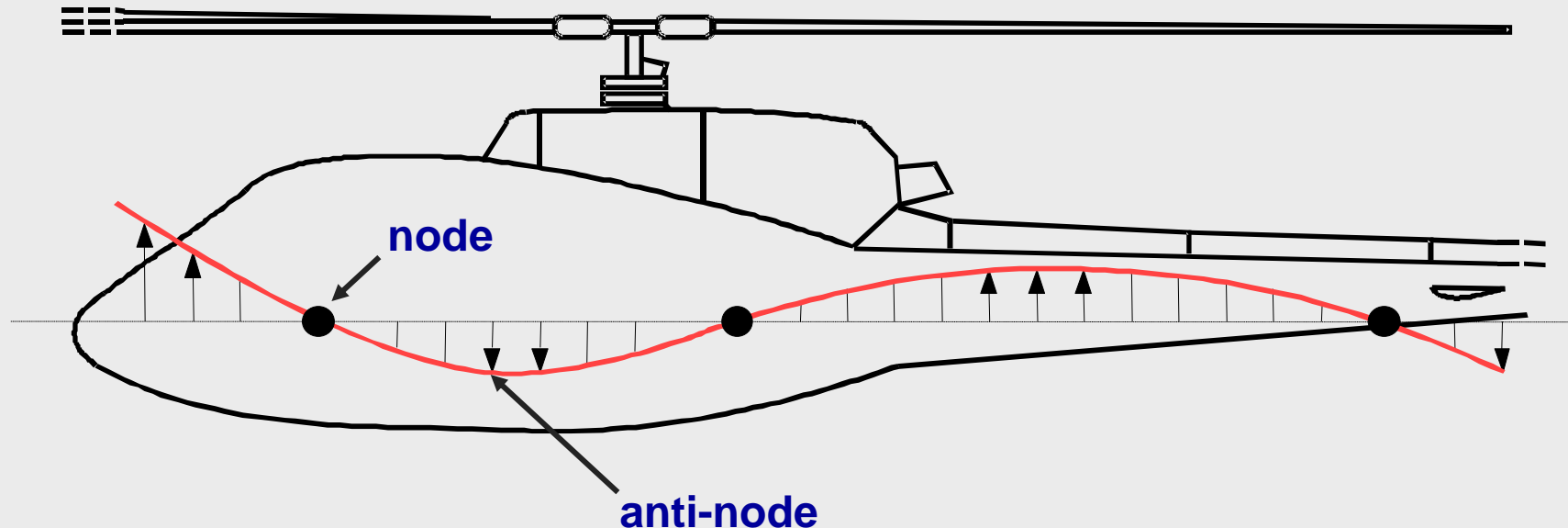
Esta figura dá idéia de como a amplitude da vibração vertical varia quando não há absorvedores de vibração na cabine.

# Absorvedores de Vibração

Cargas cíclicas periódicas agem nas pás em flexão transversal (FLAPPING) e no plano da pá (DRAG).

As tensões no eixo do rotor e, também as reações dos mancais, oscilam repetidamente como função da rotação e passagem de cada pá.

Por exemplo, na aeronave Esquilo, a frequência de passagem de pás é  $3\Omega$  (3 pás com rotação  $\Omega$ ).



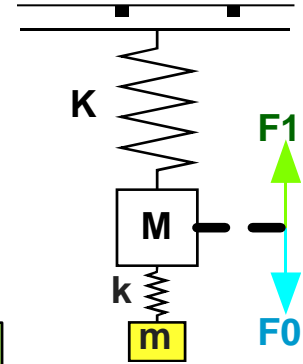


# Absorvedores de Vibração

## Princípio do Absorvedor Dinâmico de Vibração :

Se uma massa  $m$  é adicionada ao sistema com uma mola  $k$  à massa  $M$  ( $m < M$ ), as características da vibração são alteradas.

A frequência do absorvedor de vibração é igual a frequência de excitação.



→ A fuselagem não responde já que a massa  $M$  não vibra, ou seja, o absorvedor dinâmico de vibração cancela a vibração.

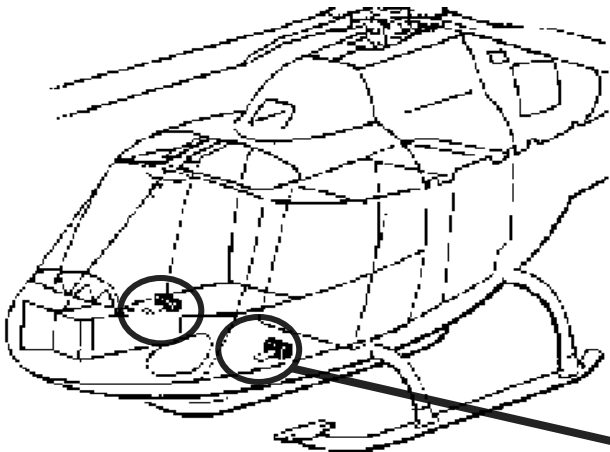
Obviamente, este sistema tão simplificado não existe. Do ponto de vista dinâmico, a estrutura da aeronave consiste de uma série de massas e molas; então, para filtrar todas as vibrações será necessário ter um absorvedor dinâmico para cada excitação, o que devido ao peso desta correção não é possível.

Entretanto, o que se faz é limitar a quantidade de absorvedores localizando-os de forma otimizada para minimizar a componente de vibração vertical da cabine.

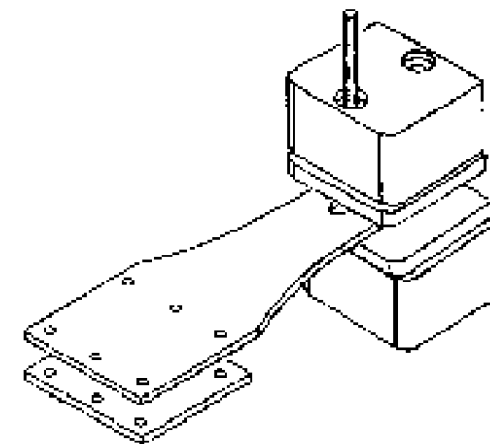
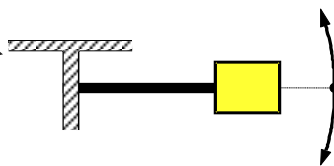
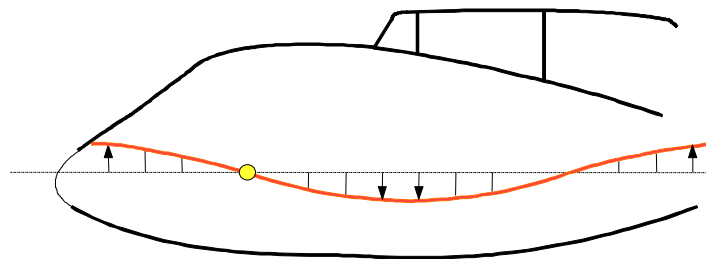
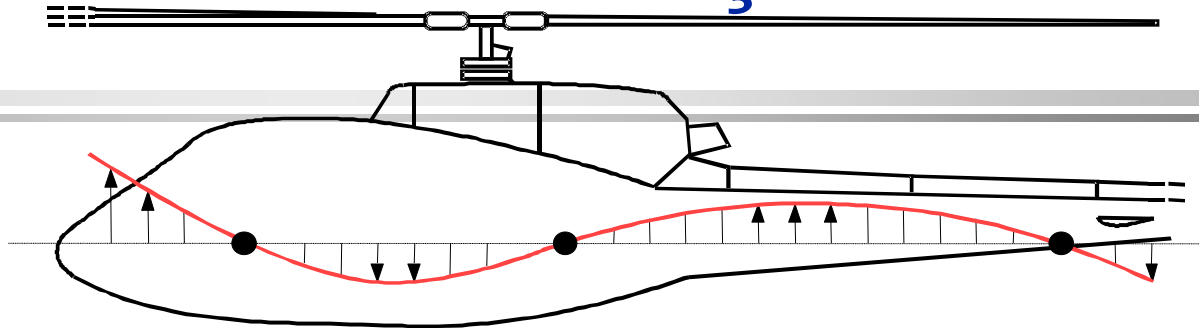


# Absorvedores de Vibração

Pode-se ver que o nível de vibração na cabine é elevado.



Os absorvedores de vibração da cabine estão localizados sob o assento do piloto e co-piloto.



Se os absorvedores são regulados para frequência  $3\Omega$ , eles cancelam a vibração no ponto onde estão fixados,

Desta forma contribuindo para aparecer um nó (node) de vibração sob os assentos do piloto e co-piloto, reduzindo o nível de vibração.

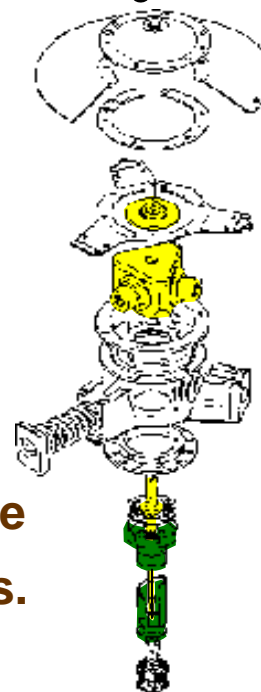
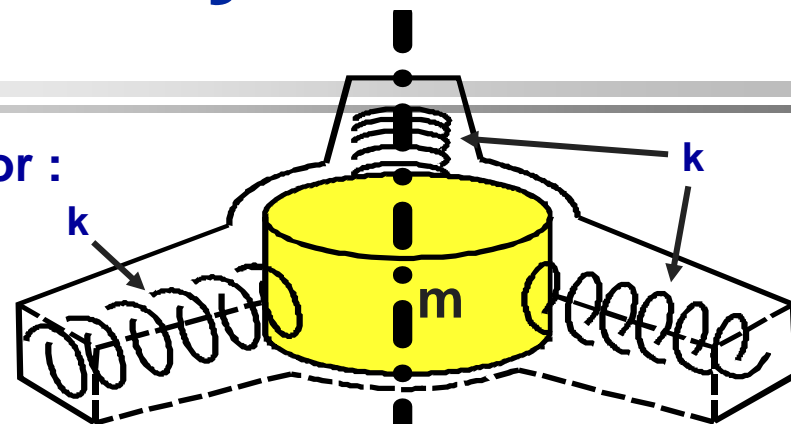


# Absorvedores de Vibração

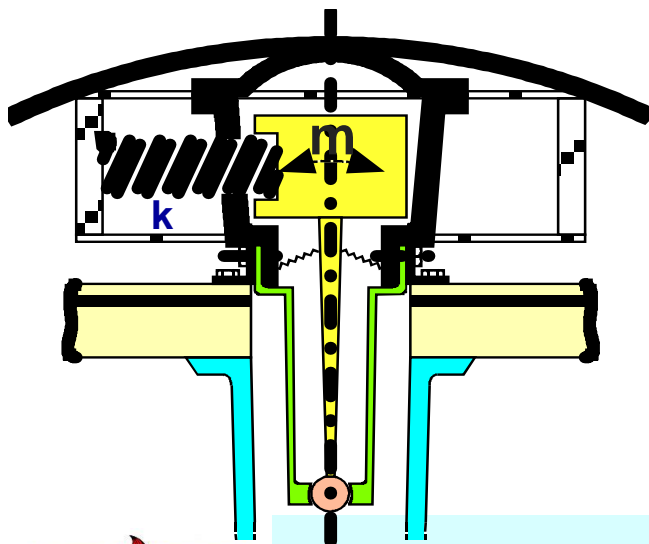
**Princípio do absorvedor de vibração do eixo do rotor :**

**Neste caso, o absorvedor age diretamente onde atuam as cargas de excitação.**

Uma massa  $m$  está localizada on eixo do rotor e suportada por 3 molas  $k$  permitindo oscilar lateralmente vibrando em todas as direções no plano horizontal.



O sistema ( massa  $m$  / mola  $k$  ) é excitado pela força periódica que age no rotor,  
e responde na mesma frequência de excitação contrapondo estas forças.



# WORKSHOP DA COORD. DE CÂMARAS ESPECIALIZADAS DE ENGENHARIA INDUSTRIAL - CCEEI

---

*Obrigado pela atenção da platéia.*

## ***Contatos:***

Prof. Ailton Nabarrete

*nabarret@ita.br*

*Tel.: 12-3947-5978*

